Chapter 1

Poznamky k dukazum FSV M4

Pouzivam cislovani ze slidu na mem webu.

- V dukazu vety V10 (vlastnosti mnoziny reseni linearni diferencialni rovnice n-teho radu) v knize je drobna chyba. V knize se do funkci $y_i^{(j)}$ dosazuje 0 ackoli 0 nemusi byt prvkem intervalu (a, b). Proto by se misto 0 mel dosazovat nejaky bod $t_0 \in (a, b)$. Zbytek se provede stejne.
- Otazka "metoda variace konstant pro linearni diferencialni rovnice n-teho radu (vcetne regularity fundamentalni matice)" je dobre popsana v knize. Chtel bych zde zduraznit (je to i v knize: Poznamka na str. 414), ze z regularity fundamentalni matice plyne existence reseni dane soustavy rovnic. Je potreba si uvedomit, ze pomoci Cramerova pravidla vime, ze takovato reseni lze vyjadrit pomoci prislusnych determinantu. Determinant je jen soucet soucinu spojitych funkci (jednotlive prvky matic jsou jen derivace prvku fundamentalniho systemu, nuly a prava strana rovnice (funkce f) a ty jsou vsechny spojite). A tedy bude spojity. Navic, z regularity fund. matice plyne, ze bude nenulovy. Tedy pokud s nim budu delit, obdrzim opet spojitou funkci. Tedy vim, ze reseni prislusne soustavy budou spojite funkce, coz je klicove z toho duvodu, ze pro spojite funkce jsem schopen nalezt primitivni funkce a tyto funkce budou funkce $c_1, \ldots, c_n$ z vety (V11). Takze ve vete (V11) (Variace konstant) nemusime rikat existuji-li, nebot vime, ze existuji. TOTO SE ZKOUSI.

  U teto vety (V11) je treba si dobre rozmyslet (je to v knize), proc

  $$L(y_p) = c_1 L(y_1) + \cdots + c_n L(y_n) + (c_1' y_1^{(n-1)} + \cdots + c_n' y_n^{n-1)}) = f. \qquad (1.1)$$

  Protoze $L(y_i) = 0$, tak

  $$(c_1' y_1^{(n-1)} + \cdots + c_n' y_n^{n-1)}) = f.$$

  Rovnice (1.1) plyne ze scitani nasledujicich rovnic po sloupcich (prava strana je soucet pravych stran $c_i L(y_i)$ je soucet i-tych scitancu levych stran). Navic z nasich n podminek (soustava rovnic ve vete o ve variaci konstant) plyne, ze prvnich $n-1$ zavorek je rovno 0 a posledni je rovna f.

  $$\begin{aligned}
  a_0 y_p &= c_1 a_0 y_1 + \quad c_2 a_0 y_2 + \ldots \quad + c_n a_0 y_n, \\
  a_1 y_p' &= c_1 a_1 y_1' + \quad \ldots \quad + c_n a_1 y_n' + \quad (c_1' y_1' + \cdots + c_n' y_n'), \\
  &\vdots \\
  y_p^{(n)} &= c_1 y_1^{(n)} + \quad \ldots \quad + c_n y_n^{(n)} + \quad (c_1' y_1^{(n-1)} + \cdots + c_n' y_n^{(n-1)}).
  \end{aligned}$$

- Linearni nezavislost prvku fundamentalniho systemu odpovidajicich realnym korenum lze nahlednout z odlisne rychlosti rustu u $+\infty$. Udelate si linearni kombinaci techto prvku rovnou nulove funkci a zalimitite do $+\infty$. Limita by tedy mela byt 0. Pokud by nektery koeficient linearni kombinace byl nenulovy, tak limita musi vyjit jako $+\infty$ krat znamenko nenuloveho koeficientu u “nejrychlejsi” funkce, tedy $+\infty$ nebo $-\infty$, coz neni 0 a tedy spor.